

HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN  
INSTITUT FÜR INFORMATIK  
INFORMATIK IN BILDUNG UND GESELLSCHAFT



---

# Schwarmverhalten - Anwendungen, Formationen & Emergenz

OLIVER STADIE<sup>1</sup>

July 30, 2009

---

<sup>1</sup>[oliver.stadie@googlemail.com](mailto:oliver.stadie@googlemail.com)

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>2</b>
1.1	Was ist Schwarmverhalten? . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Anwendungen</b>	<b>4</b>
2.1	Animation . . . . .	5
2.1.1	Geschichte der animierten Schwärme . . . . .	5
2.1.2	Die Boids . . . . .	5
2.2	Militär . . . . .	6
2.2.1	LOCAAS . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Formationen durch Emergenz</b>	<b>8</b>
3.1	Was ist Emergenz? . . . . .	8
3.2	Überblick verschiedener Ansätze . . . . .	8
3.2.1	Spezifikation & Beweis mittels Modallogik . . . . .	8
3.2.2	Attachment points . . . . .	9
3.2.3	Basic Spring Model, Hypothesis Generation Method, Null-space Composition und Formation Control Graphs . . . . .	9
3.3	Artificial Physics . . . . .	11
3.3.1	Das Modell . . . . .	11
3.3.2	Hexagon-Formation . . . . .	14
3.3.3	Quadrat-Formation . . . . .	16
3.3.4	Sortieren mit Artificial Physics . . . . .	17
3.4	Artificial Physics selbst gemacht . . . . .	18
3.4.1	Probleme bei der Rekonstruktion der Original-Simulation . . . . .	19
3.4.2	Änderungen und Erweiterungen der Original-Simulation . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Fazit</b>	<b>21</b>

# 1 Einführung

Heuschrecken, haben keinen König; dennoch ziehen sie aus ganz in Haufen,

— Die Bibel (Lutherbibel 1912), Sprüche 30,27

Dies ist eine Seminararbeit zum Seminar “Schwarmverhalten” im Sommersemester 2009 an der HU Berlin. Diese Ausarbeitung wird nur wenig neue Erkenntnisse offenbaren und viel mehr einen Überblick über bereits vorhandene Arbeiten verschaffen. Dazu werden wir zuerst eine kurze Antwort auf die Frage “Was ist Schwarmverhalten?” geben. Danach wollen wir dann mittels einiger bereits umgesetzter Anwendungen motivieren wie man Schwärme einsetzen kann. Diese Anwendungen werden uns zu der Frage führen, wie man Schwärme dazu bringt Formationen einzunehmen. Und diese Frage wiederum wird uns zum Thema der *Emergenz* führen, welche den Zusammenhang zwischen einzelnen Individuen des Schwarms und dem Gesamtverhalten des Schwarms herstellt. All diese Themen werden nur oberflächlich behandelt und für ein tiefer gehendes Verständnis wird das Weiterlesen in der genannten Literatur empfohlen.

Grundsätzlich ist diese Arbeit aus den Augen eines Informatikers geschrieben. Themen wie Verhaltensbiologie werden hier also höchstens am Rande behandelt, und es wird verstärkt darauf eingegangen, wie man Schwärme mit Robotern nachbilden, und mit Computern simulieren kann. Warum Heuschreckenschwärme keinen König brauchen um sich als Schwärme fortzubewegen, sollte nach Lesen dieser Arbeit hoffentlich, trotz dieser Sichtweise, klar sein.

Wir werden in dieser Arbeit nicht den für Wissenschaftliche Arbeiten typischen Stil für Zitate und Quellen-Angaben verwenden. Zum Einen sind sämtliche Zitate in englischer Sprache und streichen daher auch ohne explizite Markierung aus dem deutschen Text hervor. Zum anderen fasst je eine Überschrift genau ein Paper zusammen, so dass alles was innerhalb eines Unterabschnittes (bzw. Unterunterabschnittes) zu lesen ist genau *eine* Quelle hat. Daher wird zu Beginn jedes entsprechenden (Unter-)Unterabschnittes, entweder in einer Fußnote, oder im ersten Satz, auf diese *eine* Quelle verwiesen. Dies gilt auch für die Bilder des entsprechenden Abschnittes, welche von uns höchstens nachbearbeitet wurden. Bei etwaigen Abweichungen hiervon, wird die übliche Art Quellen und Zitate zu benutzen verwendet.

## 1.1 Was ist Schwarmverhalten?

Ohne Vorkenntnisse aus dem Bereich des Schwarmverhaltens oder der Robotik kennen die meisten Leser vermutlich bereits Schwärme aus der Natur. Dort kommen beispielsweise Bienen-, Ameisen- und Vogelschwärme vor, jedoch zählt man z. B. auch Büffelherden und Menschenmengen zu den Schwärmen<sup>1</sup>. All

---

<sup>1</sup>Nach [Reynolds87] kann man Schwärme unterteilen in “Flocks, Herds and Schools”, wobei *Flocks* sich in der Luft, *Herds* am Boden und *Schools* im Wasser fortbewegen. Auch Craig W. Reynolds fasst all diese Phänomene unter einem Sammelbegriff zusammen.

diese Schwärme sind Schwärme im Sinne unseres Artikels. Jedoch wollen wir den Begriff des Schwarms noch etwas präzisieren.

Wenn wir in dieser Arbeit von Schwärmen reden, so meinen wir damit einen Zusammenschluss von *Individuen*. Diese Individuen tauschen in irgend einer Form Information miteinander aus und erzeugen durch ihr individuelles Verhalten ein Gesamtverhalten des Schwarms. Desweiteren nehmen alle unser Individuen (auch *Agenten*, *Roboter* oder *Schwarmmitglieder* genannt) eine Position in einem Koordinatensystem ein. Sie könnten also theoretisch als physikalische Objekte existieren. Diese Positionen sind keine zwingende Voraussetzung um als Schwarm durchzugehen, jedoch teilt jeder hier betrachtete Schwarm diese Eigenschaft. Folgende Eigenschaften zeichnen laut [Balch00] einen Schwarm aus:

- scalability: scale to any number of agents
- locality: depend only on local sensors of each agent
- flexibility: behavior supports many formation shapes

Diese Eigenschaften sind sehr gut auf den Punkt gebracht und decken sich weitestgehend mit den Ansichten anderer Autoren. Nachfolgend einige formulierungen aus anderen Quellen, welche teilweise zusätzliche Eigenschaften benennen, oder auch weglassen:

[Spears99, S. 1] erwähnt folgende Eigenschaften von Schwärmen:

- Agents generally have sensors and effectors. An agent's sensors perceive the world (including other agents) and an agent's effectors make changes to that agent or the world (including other agents).
- Often, agents can only affect nearby agents [i.e.] "local" control
- Sometimes control is also guided by global constraints and interactions.
- Self-assembly, fault-tolerance, and self-repair are precisely those principles exhibited by natural systems.

[Winfield05, S. 1] erwähnt folgende Eigenschaften von Schwärmen:

- overall swarm behaviours are, typically, an emergent consequence of the interaction of robots with each other and their environment.
- [Der Autor erwähnt, dass es auch Systeme mit globaler Kontrolle gibt:] a central supervisory controller [...] constraining the actions of individual robots.
- [Diese stehen im Kontrast zu:] fully distributed robotic swarms [with] no centralized [...] structure.

[Bjerknes07, S. 1] erwähnt folgende Eigenschaften von Schwärmen:

- The idea of de-centralised control is essential.

- The organization is completely 'flat'; there is no hierarchy [...]
- robots in a swarm [...] cannot communicate with all other robots. [...] communication is local.
- One of the significant advantages [...] is robustness.
- potential to scale to large numbers

“Desired characteristics” sind laut [Martinson04, Slide 4]:

- Minimal external control or intervention required.
- Solution needs to be flexible and valid for forming a variety of spatial structures.
- Scalable approach; valid from 10 to  $10^6$  elements.
- Capable of working with groups of several vehicle types.
- Form long-range ordered patterns based on only local information.
- No GPS requirement.

[Gazi06, Slide 3-4] erwähnt folgende Eigenschaften von Schwärmen:

- Relatively simple individuals can collectively perform complex tasks.
- Collectively reach goals that are difficult to achieve by an individual agent or a monolythic system.

[Reynolds87] erwähnt folgende Eigenschaften von Schwärmen:

- Yet all evidence indicates that flock motion must be merely the aggregate result of the actions of individual animals, each acting solely on the basis of its own local perception of the world.

## 2 Anwendungen

In diesem Abschnitt wollen wir das Thema Schwarmverhalten etwas motivieren, indem wir zeigen wie es bisher benutzt wird. Dazu dazu werden wir in 2.1 auf der nächsten Seite zeigen wie Schwarmverhalten für Animationen in Film und Spiel benutzt werden kann. In 2.2 auf Seite 6 soll dann gezeigt werden, wofür es vom Militär eingesetzt wird. Beide Anwendungen basieren auf Craig Reynolds Boids<sup>2</sup> welche in 2.1 auf der nächsten Seite flüchtig erklärt werden. Für Details über die Boids sei auf die Papers von Reynolds verwiesen ([Reynolds87, Reynolds01]).

---

<sup>2</sup>Reynolds nennt die Agenten seiner Schwärme Boids: “This paper refers to these simulated bird-like. “bird-oid” objects generically as “boids” even when they represent other sorts of creatures such as schooling fish.” (Quelle: [Reynolds87, Fußnote in der Einleitung])

## 2.1 Animation

### 2.1.1 Geschichte der animierten Schwärme

Bevor Reynolds Boids das Licht der Welt erblickten, war die Animation von Schwärmen ein kostspieliges und aufwendiges Unterfangen. Der Trickzeichner<sup>3</sup> musste jeden Agenten des Schwarms einzeln und manuell animieren. Sowohl seine Position und Ausrichtung innerhalb des Schwarms und der Welt, als auch seinen Zustand, d.h. zum Beispiel Gesichtsausdruck und Positionierung der Gliedmaßen mussten manuell animiert werden. Reynolds Boids beseitigten immerhin das erste der beiden Probleme (die Position der Agenten) und lieferten zumindest Anregungen für das zweite (den Zustand einzelner Individuen). Dadurch wurde das Animieren von Schwärmen kostengünstiger und Tim Burton verwendete 1992 erstmals Reynolds Boids in seinem Film *Batman Returns*, um damit Fledermaus- und Pinguinschwärme zu simulieren<sup>4</sup>.

### 2.1.2 Die Boids<sup>5</sup>

Das Modell der Boids, auf denen unsere beiden Anwendungen basieren, hat ein sehr einfaches Grundprinzip. Hat man eine Anzahl von Agenten in einem Raum verteilt, so sieht jeder Agent nur die nächstgelegenen anderen Agenten. Nach folgenden drei Grundprinzipien entscheidet nun jeder Agent für sich, in welche Richtung er sich bewegen will:

1. Separation: Ein Boid bewegt sich von seinen Nachbarn weg, um Kollision zu vermeiden. Siehe auch Abbildung 1 auf Seite 6.
2. Ausrichtung: Ein Boid versucht immer sich so auszurichten wie seine Nachbarn. Boids können nur vorwärts fliegen, weswegen diese Rotation nötig ist. Siehe auch Abbildung 1 auf Seite 6.
3. Kohesion: Ein Boid versucht immer sich seinen Nachbarn zu nähern, damit der Schwarm auch ein Schwarm bleibt und nicht zu einer losen Sammlung unabhängiger Individuen zerfällt. Siehe auch Abbildung 1 auf Seite 6.

Wie man bemerkt können die Bewegungsrichtungen sich gegenseitig widersprechen. Deswegen ist es nötig diese Richtungsvektoren zu gewichten und dann zu einem Vektor aufzusummieren. So würde beispielsweise Separation sehr stark gewichtet werden, wenn ein Boid kurz vor der Kollision mit einem anderen ist.

Ein weiteres Problem ist das vollkommen unkontrollierte Gesamtverhalten des Schwarms. Es ist zwar sichergestellt, dass der Schwarm zusammen bleibt und Agenten nicht miteinander kollidieren. Jedoch bewegt und formiert sich der Schwarm wie eine formlose Wolke die hinfliegt wo sie will. Diesem Problem wird abgeholfen, indem zu den 3 Richtungsvektoren noch ein vierter, globaler

---

<sup>3</sup>Trickzeichner ist das deutsche Wort für "animator".

<sup>4</sup>Quelle: [Reynolds01].

<sup>5</sup>Informationen in diesem Abschnitt sind [Reynolds87] und der Ergänzung zu diesem Paper ([Reynolds01]) entnommen

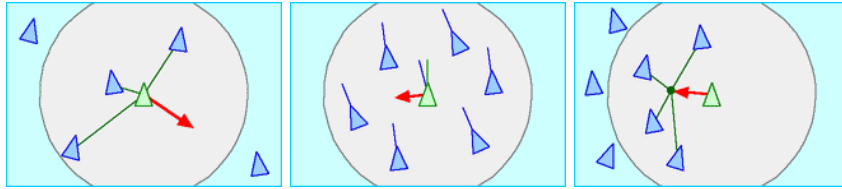


Abbildung 1: Der Grüne Boid ist jeweils der aktuelle, und der rote Pfeil zeigt jeweils die Richtung an, die durch (a) Separation, (b) Ausrichtung oder (c) Kohesion bestimmt wird.

hinzugefügt wird. So kann der Trickzeichner einfach festlegen, dass zum Zeitpunkt  $t_1$  alle Boids in Richtung eines bestimmten Punktes fliegen sollen und zum Zeitpunkt  $t_2$  zu einem beliebigen anderen Punkt. Dadurch ist der Weg den der Schwarm in einer Filmsequenz benutzt, spezifizierbar.

Diese *globale* Kontrolle widerspricht jedoch einigen Auffassungen von Schwarmverhalten<sup>6</sup>, welche verteilte Kontrolle und lokale Wahrnehmung fordern. Auch ist die Form des Schwarms nicht definierbar. Der Schwarm könnte Kugelformen, Pyramidenformen oder auch Wolkenformen annehmen, ohne dass der Trickzeichner Einfluss darauf hätte. Das Problem der globalen Kontrolle und der Formlosigkeit wird von Reynolds nicht behandelt. Jedoch wollen wir in Abschnitt 3 zumindest für das Problem der Formlosigkeit Lösungsansätze bieten.

## 2.2 Militär

Schwärme haben viele Stärken, die auch von militärischem Nutzen sind. Der größte Vorteil ist vermutlich das Fehlen einer zentralen Steuerung und die dadurch entstehende Robustheit gegen Zerstörung. Wenn einzelne Schwarmmitglieder ausfallen beeinflusst das noch nicht das Gesamtverhalten des Schwarms. Außerdem sehen viele Augen mehr als eins. So können Schwärme sowohl für flächendeckende Aufklärungsmissionen benutzt werden, als auch für flächendeckende Bombardierungen. Autonome Kriegsmaschinerie ist aus militärischem Standpunkt (der moralische und philosophische soll hier einmal vernachlässigt, jedoch keinesfalls als unwichtig abgestempelt werden) anstrebenenswert, da so nicht die Leben eigener Soldaten riskiert werden müssen.

### 2.2.1 LOCAAS<sup>7</sup>

LOCAAS (Low Cost Autonomous Attack System) sind autonome Kriegsmaschinen mit Schwarmverhalten des US-Militärs. Es handelt sich bei diesem System um flugfähige Drohnen von etwa 75cm Länge und 40 - 50kg Gewicht (siehe Abbildung 2 auf Seite 7). Diese sind mit Maschinengewehren und panzerbrechender Munition ausgestattet. Sie bewegen sich nach dem Prinzip der Boids fort und

<sup>6</sup>siehe 1.1.

<sup>7</sup>Die Informationen und Bilder dieses Unterabschnittes sind [LOCAAS99] und [Heider06, Abschnitt 4.2] entnommen. Die Informationen beider Quellen sind identisch.



Abbildung 2: Einzelner Agent, auch "Mörderbiene" genannt, des LOCAAS-Systems.

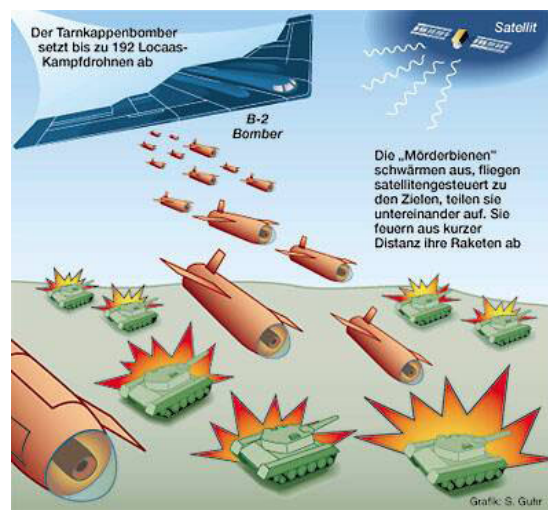


Abbildung 3: Ein Bomber vom Typ B-2 wirft LOCAAS-Drohnen ab, die Anschwärmen um Panzer zu zerstören.

versuchen dabei Feinde aufzuspüren, mehrere Ziele untereinander aufzuteilen, die jeweils passende Munition auszuwählen und die Feinde zu vernichten. Dabei sollen sie autonom zwischen Freund und Feind unterscheiden können.

Die Drohnen haben nur Treibstoff für eine Reichweite von 100 - 200km, weswegen sie von Langstreckenbombern in die Nähe des Kampfgebiets transportiert werden müssen. Dort Schwärmen sie dann aus und versuchen ihre Aufgabe zu erledigen. Siehe auch Abbildung 3 auf Seite 7. Durch ihre geringen Kosten<sup>8</sup> von 30.000\$ (bei einer Produktionsmenge von 12.000 Agenten) sind dabei die Verluste einzelner Agenten leicht zu verkraften.

Es bleibt nach diesen beiden Anwendungen jedoch immernoch die Frage offen wie Formationen, z. B. Schildkröten- oder V-Formationen, mit Schwarmverhalten zu realisieren sind. Eine Übersicht über verschiedene Ansätze dazu soll Abschnitt 3 liefern.

<sup>8</sup>Verglichen mit den Kosten von vollwertigen Kampfflugzeugen.



## 3 Formationen durch Emergenz

In diesem Abschnitt werden wir zuerst den Begriff der Emergenz etwas näher erläutern. Danach werden wir zeigen, was für Ansätze es gibt um Schwärme mit Formationen zu erhalten. Diese Ansätze werden wir nur kurz und oberflächlich beleuchten. Für ein besseres Verständnis wird dringend das Lesen der Quellen und anderer Literatur empfohlen. Einer dieser Ansätze wird "Artificial Physics" genannt. Mit genau diesem Ansatz wollen wir uns dann in 3.3 im Detail auseinandersetzen.

### 3.1 Was ist Emergenz?

"Das was aus Bestandteilen so zusammengesetzt ist, dass es ein einheitliches Ganzes bildet, ist nicht nach Art eines Haufens, sondern wie eine Silbe, das ist offenbar mehr als bloss die Summe seiner Bestandteile. Eine Silbe ist nicht die Summe ihrer Laute; *ba* ist nicht dasselbe wie *b* plus *a*, und Fleisch ist nicht dasselbe wie Feuer plus Erde. Denn zerlegt man sie, so ist das eine, das Fleisch und die Silbe, nicht mehr vorhanden, aber wohl das andere, die Laute, oder Feuer und Erde."

— Aristoteles, *Metaphysik*, Buch VII, Kapitel 17

Emergenz, auch Übersummivität, ist in Schwärmen also das Verhalten, dass nicht den einzelnen Agenten einverleibt wurde, sondern das Verhalten des gesamten Schwarms, das aus dem Verhalten der Einzelnen *resultiert*.

Am Beispiel der Boids (siehe 2.1.2) wäre die Emergenz also nicht etwa die Kohesion eines Individuums zum Schwarm, jedoch der Fakt, dass der Schwarm sich (durch dieses Einzelverhalten) als geschlossene Einheit bewegt.

Auch der *Schritt* von Einzelverhalten zu resultierendem Gesamtverhalten, kann Emergenz genannt werden. Normalerweise wird dies jedoch mit dem Verb "emergieren" bezeichnet.

Intressant ist nun also die Frage, wie man seine Agenten gestalten muss, damit aus ihrem individuellen Verhalten ein Gesamtverhalten emergiert, welches den Schwarm eine bestimmte Formation einnehmen lässt. Diese Formation soll nach Möglichkeit ohne globale Einflüsse, ohne eine Definition der Formation von "außen", einfach nur aus dem Einzelverhalten resultieren.

### 3.2 Überblick verschiedener Ansätze

#### 3.2.1 Spezifikation & Beweis mittels Modallogik

In [Winfield05] wird der Versuch unternommen, Schwärme mit einer Formalen Methode in 4 Schritten zu spezifizieren:

1. Individuen formal spezifizieren.
2. Schwarm formal spezifizieren.

3. Gewünschtes und unerwünschtes Schwarmverhalten formal spezifizieren.
4. Beweisen ob der spezifizierte Schwarm das spezifizierte Verhalten erfüllt.

Zu diesem Zweck werden den Agenten in diesem Paper endliche Zustands Automaten zugeordnet und mittels Modallogik<sup>9</sup> ihr jeweils nächster Zustand spezifiziert.

Leider wird die Spezifikation bereits für sehr sehr simple Agenten relativ umfangreich. Auch ist diese Methode nur auf diskrete Systeme anwendbar, also Systeme mit diskreten Zeitschritten und Agenten mit diskreten Zuständen (die Agenten im Paper können sich nur jeweils um 90° Winkel drehen, eine “fließende” Bewegung is mit dieser Methode nicht denkbar).

Außerdem muss man die Schritte 1 bis 3 durchführen, um dann vielleicht in Schritt 4 zu erfahren, dass der Schwarm das gewünschte Verhalten nicht erfüllt. Wodurch man wieder von vorn beginnen muss. Leider benutzen fast alle Autoren die Schwärme entwerfen dieses “Try and Error”-Vorgehen. Wir können daher keine gute alternative Anbieten.

### 3.2.2 Attachment points

In [Balch00] wird ein Modell vorgestellt, welches eine starke Ähnlichkeit mit den Atomstrukturen in Kristallen aufweist. Die Form eines Kristalls entsteht dadurch, dass die Atome sich in bestimmten Winkeln miteinander verbinden und dann durch Emergenz insgesamt einen Kristall formen. So auch die Agenten in diesem Modell.

Jeder Agent hat “attachment sites” die in bestimmten Winkeln angeordnet sind (siehe Abbildung 4 auf Seite 10). Nun sieht jeder Agent seine Nachbarn und berechnet anhand ihrer Position und Ausrichtung deren attachment sites. Dann versucht er sich auf der nächstgelegenen, noch freien, attachment site zu positionieren. Siehe dazu auch Abbildung 5 auf Seite 10. Wie so ein Schwarm dann aussehen könnte is in Abbildung 6 auf Seite 10 zu sehen.

Leider wird in [Balch00] nicht erwähnt, wie die Agenten diese Formation eingenommen haben, ob sie manuell “rechteckig” positioniert wurden, oder aus einem chaotischen Ausgangszustand heraus diese Formation eingenommen haben. Trotzdem zeigt dieses Beispiel sehr eindrucksvoll wie aus sehr einfachen Regeln ein komplexes Gesamtverhalten emergiert.

### 3.2.3 Basic Spring Model, Hypothesis Generation Method, Null-space Composition und Formation Control Graphs

Die vier hier vorgestellten Methoden sind Vortragsfolien des Swarm Robotic Workshops SAB’04 entnommen<sup>10</sup>. Leider werden diese Methoden dort jeweils nur auf ein bis zwei Folien abgehandelt und natürlich ohne ausformulierte Sätze.

<sup>9</sup>Modallogik ist stark vereinfacht gesagt, wie Logik erster Stufe, jedoch erweitert um Konstrukte, mit denen man Aussagen über verschiedene Zeitpunkte treffen kann. Man kann z. B. sagen, dass “in allen folgenden Zeitschritten” etwas wahr oder falsch ist.

<sup>10</sup>Quelle: [Martinson04]

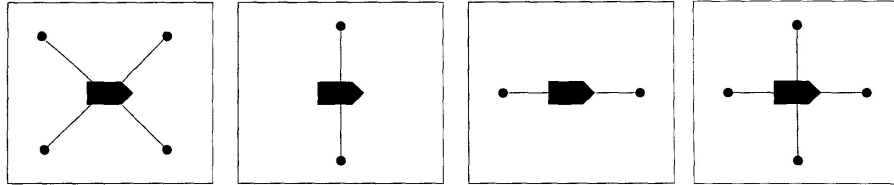


Abbildung 4: Ein Agent kann verschiedene “attachment sites” haben. Im Normalfall sollten alle Schwarmmitglieder die das gleiche Muster benutzen und es auch im Laufe der Zeit nicht einfach verändern.

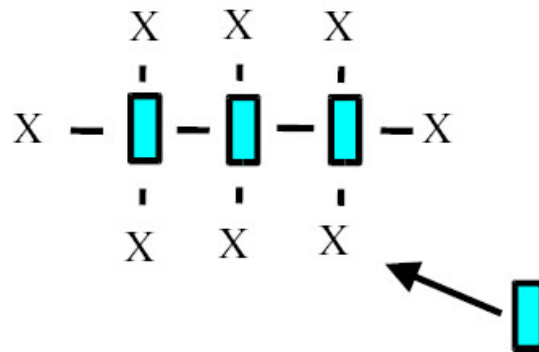


Abbildung 5: Agenten berechnen sich die attachment points der nächstgelegenen Schwarmmitglieder. Dann versuchen sie den nächsten freien Platz einzunehmen.

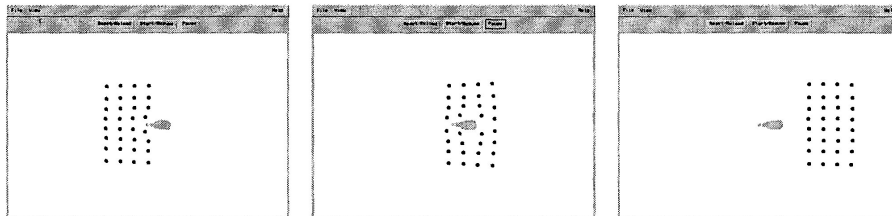


Abbildung 6: Ein Schwarm in rechteckiger Formation bewegt sich vorwärts um ein Hindernis herum. Die Formation bleibt dabei erhalten.

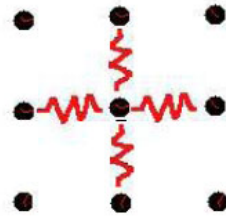


Abbildung 7: Basic Spring Model: Agenten sind durch Federn verbunden.

Aufgrund dieser eingeschränkten Informationen werden diese vier Methoden hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

Zum einen wäre da das *Basic Spring Model*, welches die Agenten untereinander durch virtuelle Federn miteinander verbindet. Siehe hierzu Abbildung 7 auf Seite 11. Dieses Modell ähnelt sehr stark dem Modell der Artificial Physics, oder ist vielleicht sogar als Spezialfall davon zu betrachten, wie wir in 3.3 sehen werden.

Eine andere Methode ist die *Hypothesis Generation Method*. Siehe dazu Abbildung 8 auf Seite 12. Leider ist zu dieser Methode keine Quelle angegeben.

Die Agenten in der *Nullspace Composition*, basierend auf [Platt02], haben keine lokalen Minima in ihrer Bewegung im 1-dimensionalen Raum. D. h. kein Agent wird stehenbleiben und sich mit seiner Position “zufrieden geben”, bevor er die perfekte Position im Schwarm eingenommen hat (siehe Abbildung 9 auf Seite 12). Das wird ausgenutzt und auf den 2- (oder N-)dimensionalen Raum ausgeweitet, indem man die Agenten sich erst entlang einer Koordinatenachse positionieren lässt, dannach entlang der zweiten (usw.). Siehe hierzu auch Abbildung 10 auf Seite 13. Dass jeder Agent die Richtung der Koordinatenachsen weiß macht den Anschein einer globalen Information. Dieses Problem ließe sich durch einen Kompass lokal auf jedem Agenten lösen.

In den Folien [Gazi06] wird näher auf die sogenannten *Formation Control Graphs* eingegangen, bei denen Jeder Agent einen Knoten und jede Verbindung eine Kante in einem Graphen darstellt. Für Details hierüber sei auf andere Literatur verwiesen.

### 3.3 Artificial Physics

Die in diesem Unterabschnitt vorgestellten Artificial Physics, sowie die Bilder, sind [Spears99] entnommen.

#### 3.3.1 Das Modell

Bei diesem Modell sollen *künstliche* physikalische Kräfte, z. B. Gravitation, zwischen den Agenten simuliert werden. Nachdem die physikalischen Gesetze und damit die wirkenden Kräfte definiert sind, braucht man diese Welt nur noch

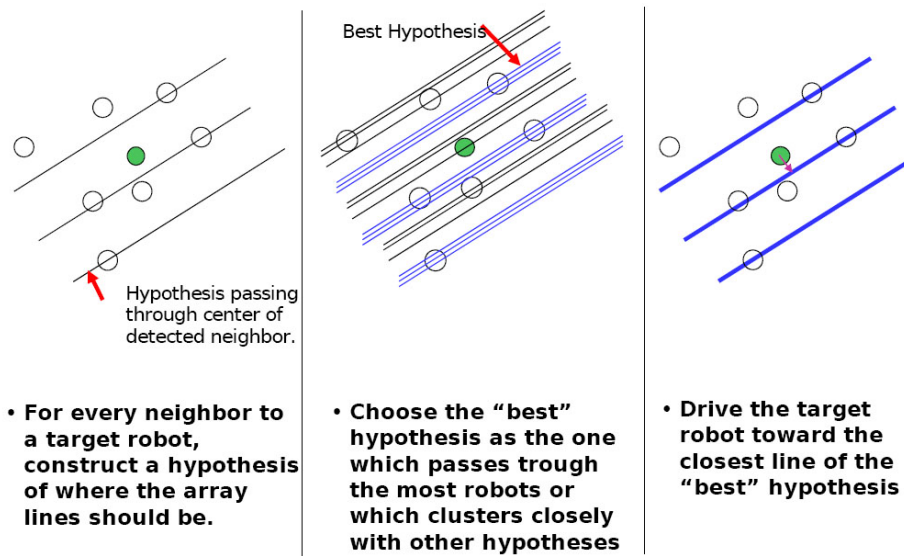


Abbildung 8: Hypothesis Generation Method: Folie entnommen aus [Martinson04, slide 14].

### Spacing Robots in 1-D Has No Local Minima

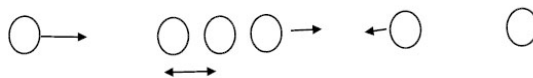


Abbildung 9: Nullspace-Composition: Die Agenten im 1-dimensionalen Raum bewegen sich immer auf die “perfekte” Position innerhalb des Schwarms zu, denn ihre Bewegung hat keine lokalen Minima.

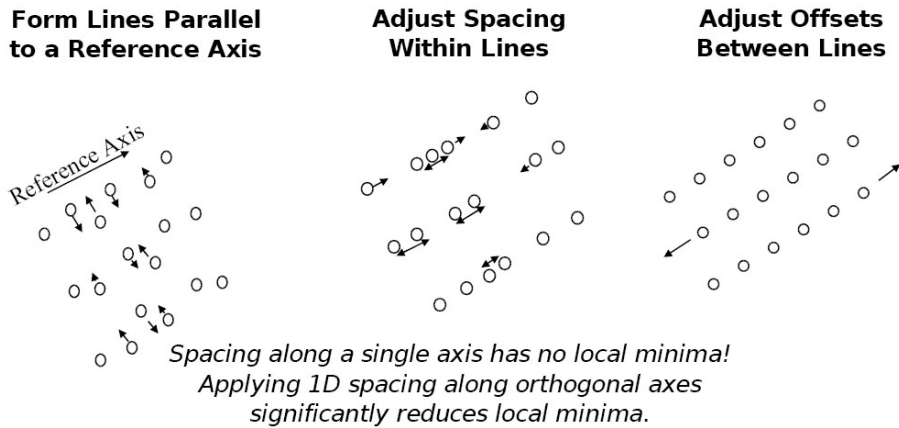


Abbildung 10: Nullspace Composition: Die Agenten richten sich erst in eine Koordinatenrichtung aus, dann in die andere. Dabei entstehen Parallele, jedoch versetzte Linien die noch ausgeglichen werden müssen.

zu simulieren und die Agenten verhalten sich bei geeigneten physikalischen Modellen wie Schwärme. Künstlich werden die Kräfte deswegen genannt, weil sie keine Entsprechung in der echten Welt haben müssen. So kann man bestehende Kräfte nach belieben modifizieren oder sich völlig neue Naturgesetze ausdenken. Am folgenden Beispiel wird dies deutlicher.

Die Autoren von [Spears99] haben um jeden Agenten ein Gravitationsfeld aufgebaut, so dass sich die Agenten (wie Planeten) gegenseitig durch ihre Masse  $m$  anziehen. Des Weiteren haben sie für jeden Agenten einen Radius  $R$  definiert, bei dem die Gravitationskräfte auf andere Agenten einen Betrag von 0 haben. Innerhalb des durch den Radius aufgespannten Kreises wirkt die Gravitationskraft abstoßend, außerhalb anziehend. Für den Betrag der wirkenden Kraft  $F$  wurde folgende Gleichung gewählt:

$$F = \frac{Gm_i m_j}{r^2}$$

Dabei ist  $G$  eine Gravitationskonstante,  $m_i$  bzw.  $m_j$  jeweils die Masse der gerade betrachteten Agenten und  $r$  der Abstand dieser Agenten zueinander.

Dies ist das Gravitationsgesetz, nur das in unserem Fall die Gravitation bei unterschreiten des Radius  $R$  abstoßend wirkt. In der echten Welt gilt dieses Gesetz auch, nur dass  $R = 0$  ist.<sup>11</sup>

Die Agenten beschleunigen dann entsprechend der auf sie wirkenden Gesamtkraft nach dem 2. NEWTONschen Gesetz:  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ . Umgestellt nach  $\vec{a}$

<sup>11</sup>Warum hier das Gravitationsgesetz gewählt wurde und in dieser Form modifiziert wurde ist unklar. Die Anziehung und Abstoßung die zwischen Molekülen wirkt wäre viel näherliegend gewesen, da diese Kräfte einen Null-Potential-Radius  $R$  (den sogenannten "stabilen Abstand") schon implizit mitbringen würden, ohne ein Vorzeichen umkehren zu müssen. Vielleicht wurde dieses Beispiel gewählt, um zu zeigen, dass die wirkenden Kräfte *künstlich* sind.

ergibt sich  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ .

Des Weiteren haben die Agenten noch einen zweiten Radius  $S^{12}$  welcher die Reichweite der Sensoren der Agenten angibt. Andere Agenten die sich außerhalb dieses Radius befinden, werden vom aktuellen Agenten nicht “gesehen” und daher bewirken diese anderen Agenten keine Kraft auf den aktuellen Agenten.<sup>13</sup>

In [Spears99] wurden folgende Werte gewählt:

- 200 Agenten (im Artikel “particles” genannt)
- Masse  $m = 1$  für alle Agenten
- Gravitationskonstante  $G = 1200$
- Null-Potential-Radius  $R = 50$
- Sensor-Radius  $S = 1,5 \cdot R = 75$

Zusätzlich zu diesen Größen wurde noch eine *Reibung* eingeführt, die *nicht genauer definiert*<sup>14</sup> ist, jedoch dafür sorgen soll, dass die Agenten irgendwann zum Stillstand kommen.

Außerdem handelt es sich um ein zeitdiskretes System, d.h. die Zeit vergeht nicht fließend sondern in 1-Sekunden-Schritten<sup>15</sup>.

Wie das gesamte resultierende Gravitationsfeld aussieht ist in Abbildung 11 auf Seite 15 noch einmal auf einen Blick zu sehen.

### 3.3.2 Hexagon-Formation

Das erste Ziel in [Spears99] war es nun, den Schwarm eine hexagonale Formation einnehmen zu lassen. Dazu wurde zuerst gezeigt, wie ein Schwarm aus 7 Agenten automatisch eine hexagonförmige Formation einnimmt. Siehe hierzu Abbildung 12 auf Seite 15. Die weit voneinander entfernten äußeren Agenten beeinflussen einander nicht, aufgrund des Sensorradius  $S$ .

---

<sup>12</sup>Die Autoren von [Spears99] haben diesem Radius keine Bezeichnung gegeben, wir wählen hier  $S$ .

<sup>13</sup>Diese Abhängigkeit wirkt etwas eigenartig, denn obwohl die Kräfte von Anderen verursacht werden, werden sie nur dann verursacht, wenn der aktuelle Agent die Anderen sehen kann. Eine Analogie wäre, dass andere Leute uns schubsen können, jedoch nur solange sie sich in unserem Blickwinkel befinden, andernfalls können sie zwar schubsen, aber wir bewegen uns nicht. Hier sei wieder darauf hingewiesen dass die wirkenden Kräfte *künstlich* sind und daher alles möglich ist, was man definiert. Im Fantasy-Universum von “Dungeons & Dragons” gibt es auch Welten in denen sogenannte “subjektive Gravitation” wirkt.

<sup>14</sup>In 3.4 wird man sehen, dass die Größe der Reibung eine enorme Rolle spielt und daher für eine Nachvollziehbarkeit von den Autoren hätte definiert werden müssen.

<sup>15</sup>Von den Autoren wurden keine physikalischen Einheiten benutzt und alle Größen “einheitenlos” betrachtet. Wir verwenden hier die SI-Einheiten (d. h. metrische Grundeinheiten), da diese das Ergebnis nicht verfälschen, man jedoch z. B. über greifbare “Ein-Sekunden-Schritte” reden kann, statt über abstrakte “Einer-Schritte”. Die oben genannten Größen  $m$ ,  $G$ ,  $R$  und  $S$  können also in unserer Betrachtung mit den Einheiten  $kg$ ,  $\frac{m^3}{s^2 kg}$ ,  $m$  und  $m$  angenommen werden (in dieser Reihenfolge).

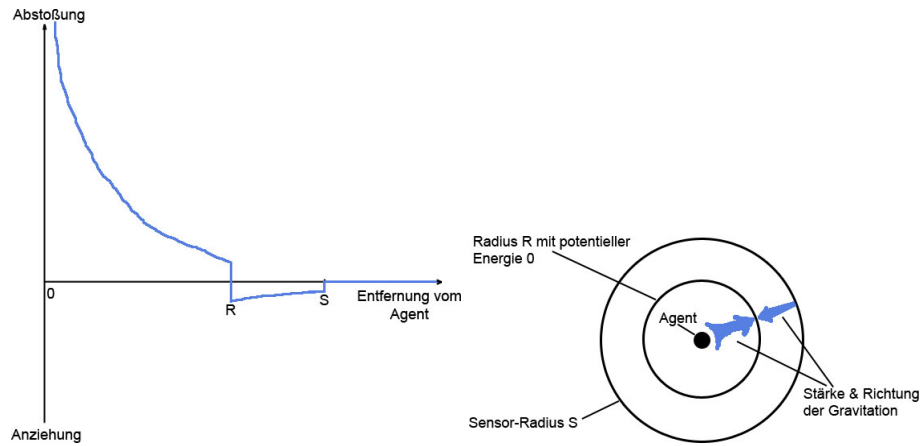


Abbildung 11: So sieht das Gravitationsfeld um die Agenten *quantitativ* aus. Links eindimensional, rechts zweidimensional.

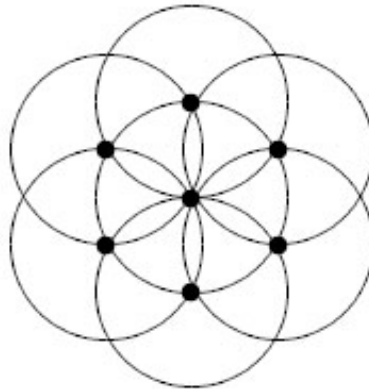


Abbildung 12: Das Hexagon ist für 7 Agenten die ideale Positionierung, denn hier sind alle wirkenden Kräfte gleich Null. Auf den Kreisen (jeweils mit Radius  $R$  um einen Agenten als Mittelpunkt) wirken keine Kräfte.



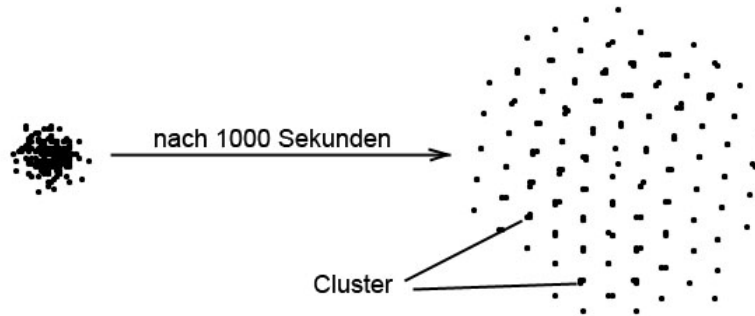


Abbildung 13: Der ursprüngliche komprimierte Schwarm breitet sich wie ein “Urknall” zu einem Hexagon aus. Dabei sind Cluster aus mehreren Agenten überall im Schwarm zu sehen.

Nun wurde vermutet und auch in einer Simulation gezeigt, dass sich diese hexagonale Form auch bei größeren Schwärmen von allein einstellt. Zu diesem Zweck wurden 200 Agenten initial nah beieinander positioniert, wonach sie sich wie ein “Urknall” ausbreiteten und in einer grob erkennbaren Hexagon-Formation anordneten. Dabei bildeten sich innerhalb des Schwarms sogar “Cluster” von Agenten. Weder die finale Hexagon-Formation, noch die Cluster konnten in unserer eigenen Simulation (siehe 3.4) für größere Schwärme rekonstruiert werden. Wie der initiale Schwarm und die Hexagon-Formation bei den Autoren aussahen ist in Abbildung 13 auf Seite 16 zu sehen. Dabei sind vor allem lokal innerhalb der Formation die Hexagone (aus je 7 Clustern bestehend) zu sehen.

### 3.3.3 Quadrat-Formation

Als zweites sollte nun eine quadratische Formation erreicht werden. Zu diesem Zwecke mussten die Agenten eine weitere Eigenschaft, den Spin, erhalten. Dabei haben jeweils die Hälfte aller Agenten “up”-Spin und die andere Hälfte “down”-Spin.<sup>16</sup> Nun verhalten sich zwei Partikel mit unterschiedlichem Spin jeweils genau wie bisher. Bei Partikeln mit gleichem Spin werden jedoch die Radien  $R$  und  $S$ , und damit auch der ideale Abstand, mit  $\sqrt{2}$  multipliziert.<sup>17</sup> Dadurch stellt sich bei 4 Agenten die in Abbildung 14 auf Seite 17 zu sehende quadratische Formation ein.

Genau wie beim Hexagon wurde nun mit 200 Agenten simuliert, jedoch mit einem weit weniger zufriedenstellendem Ergebnis. Zwar sind lokal wieder die

<sup>16</sup>Man hätte hier auch jede andere binäre Eigenschaft anstatt einem Spin einführen können, z. B. Farbe mit “Weiß” und “Schwarz” oder Boolean mit “wahr” und “falsch”.

<sup>17</sup>Die Autoren teilen eigentlich den Abstand  $r$  durch  $\sqrt{2}$ , was nicht ganz das gleiche ist wie die Radien  $R$  und  $S$  zu vergrößern, da es einen zusätzlichen Einfluss auf die wirkende Kraft  $F$  hat. Dieser Einfluss auf  $F$  wurde hier, zum besseren Verständnis, vernachlässigt, da die Funktion zur Berechnung von  $F$  uns sowieso unglücklich gewählt zu sein scheint (Siehe dazu auch 3.4).

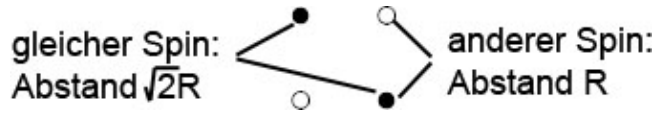


Abbildung 14: Das Quadrat ist für 4 Agenten die ideale Positionierung, denn hier sind alle wirkenden Kräfte gleich Null. Dafür sorgt der Spin. Weiße Agenten haben up-Spin, schwarze down-Spin.

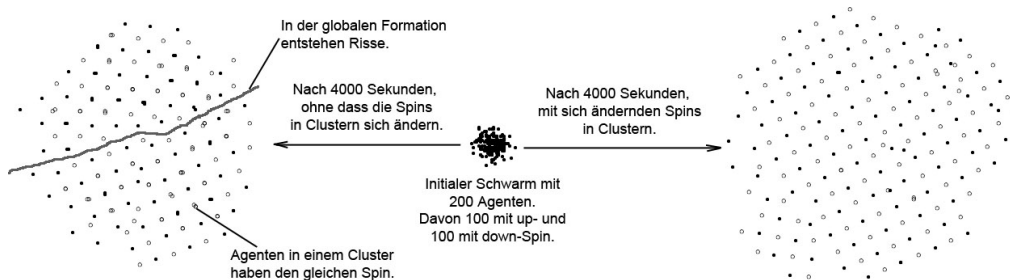


Abbildung 15: Der ursprüngliche komprimierte Schwarm breitet sich wie ein “Urknall” zu einem Quadrat aus. Dabei sind Cluster aus mehreren Agenten gleichen Spins überall im Schwarm zu sehen. Wenn man die Agenten in den Clustern ihren Spin gelegentlich ändert, entsteht ein Rauschen, welches die globalen Risse und auch die Cluster mit der Zeit verschwinden lässt.<sup>19</sup>

Formationen erkennbar, jedoch gibt es überall in der Gesamtformation “Risse” (siehe Abbildung 15 auf Seite 17 links).

Interessanterweise hatten alle Agenten in den entstehenden Clustern immer den gleichen Spin. Dies wurde ausgenutzt, um die Risse zu beseitigen, indem bei Clustern in seltenen Fällen von einem Agent der Spin geändert wurde. Dadurch hat dieser Agent den Cluster verlassen und durch die so erzeugte Bewegung ein Rauschen in den Schwarm gebracht, welches mit der Zeit für ein Ausgleichen der Risse sorgt. (siehe Abbildung 15 auf Seite 17 rechts).

Auch diese Gesamtformationen und Clusterbildung konnten wir für größere Schwärme in unseren Simulationen (3.4) nicht beobachten.

### 3.3.4 Sortieren mit Artificial Physics

Zuletzt wurde noch eine Methode vorgestellt um perfekte Formationen mit Artificial Physics zu erzeugen, indem man die Agenten sortiert. Dazu muss jeder Agent 2 weitere Eigenschaften  $(m, n)$  mit  $m, n \in \mathbb{Z}$  erhalten. Durch diese Eigenschaften werden die Positionen der Agenten in Relation zueinander gesetzt. So sollte z. B. ein Agent  $A$  mit  $(m_A, n_A)$  immer versuchen links von Agent  $B$  mit  $(m_B, n_B)$  zu stehen, solange  $m_A < m_B$  gilt; und rechts von  $B$  solange  $m_B < m_A$ . Das Attribut  $n$  soll gleichermaßen für die oben/unten-Positionierung sorgen. Damit diese Positionierung gewährleistet wird, stoßen sich Agenten mit falscher Positionierung niemals gegenseitig ab (auch nicht bei Unterschreiten des

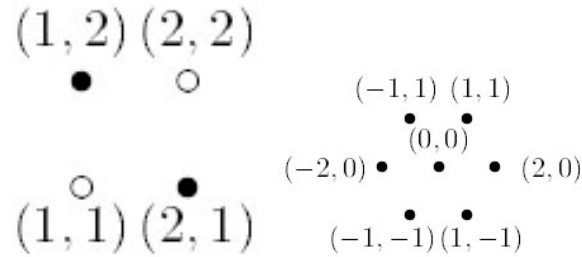


Abbildung 16: So muss  $(m, n)$  belegt sein, damit Quadrate (links) bzw. Hexagone (rechts) entstehen. Wichtig dabei:  $(m, n)$  sind keine Koordinaten.

Abstands  $R$ ), wodurch sie sich gegenseitig solange anziehen, bis sie aneinander “vorbei tanzen” und damit die richtige Positionierung einnehmen.

Wie  $(m, n)$  für 7 bzw. 4 Agenten belegt sein müssen, ist in Abbildung 16 auf Seite 18 zu sehen. Wie die entstehenden Formationen für viele Schwarmmitglieder bei richtiger Belegung von  $(m, n)$  aussehen ist in Abbildung 17 auf Seite 19 zu sehen.

Die Autoren weisen ausdrücklich darauf hin, dass es sich bei  $(m, n)$  nicht um Koordinaten handelt, sondern lediglich um Relationen die zwei Agenten zu einander einnehmen. Würde man Beispielsweise bei der 4-Agenten-Formation (Abbildung 16 auf Seite 18 links) die Eigenschaften des oberen rechten Partikels von  $(2, 2)$  auf  $(3, 3)$  ändern, so würde er sich dadurch nicht weiter vom Schwarm entfernen, sondern seine Position beibehalten.

Leider setzen Formationen durch Sortierung einen *globalen* Eingriff in den Schwarm voraus, um die Werte vorher richtig zu konfigurieren. Außerdem ist die *self-repair* Eigenschaft die einige Schwarm-Definitionen (siehe 1.1) fordern, nicht mehr gegeben. Daher sieht das Ergebnis zwar schön aus und kann vielleicht sogar nutzbringend eingesetzt werden, wenn das Ziel wirklich das Sortieren selbst ist, zur emergenten Erzeugung von Formationen fehlen ihm jedoch (je nach Definition) die erforderlichen Eigenschaften eines Schwarms.

### 3.4 Artificial Physics selbst gemacht

Unter <http://www2.informatik.hu-berlin.de/~stadie/swarmSim/> kann man sich unsere Simulation der Artificial Physics in einem Java-Applet ansehen. Auf der gleichen Seite ist auch ein Link zum (sauber kommentierten) Java Source Code zu finden.

Für Jeden der diesen Artikel bis hierher gelesen hat sollte das Applet weitestgehend selbsterklärend sein. Man kann kann folgende Dinge einstellen:

- die Anzahl der Schwarm-Mitglieder  $N$ ,
- den Radius  $R$  und ob dieser angezeigt werden soll oder nicht,
- den Radius  $S$  und ob dieser angezeigt werden soll oder nicht,

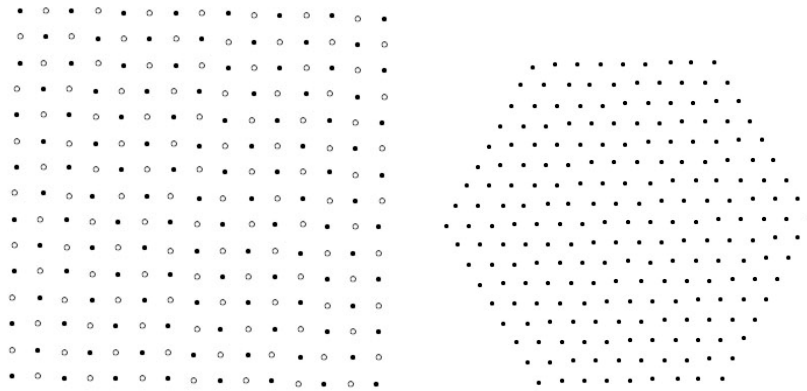


Abbildung 17: So sehen die Formationen nach dem Sortieren aus. Links: 225 Partikel nach 4000 Sekunden. Rechts: 217 Partikel nach 15000 Sekunden.

- ob Spin benutzt werden soll oder nicht,
- die Reibungskonstante, welche die Größe der Reibungskraft bestimmt und
- welche Funktion zur Berechnung von  $F$  verwendet werden soll. Siehe dazu auch 3.4.2.

Die Massen  $m = 1$  und die Gravitationskonstante  $G = 1200$  sind nicht einstellbar, weil sie in [Spears99] auch unverändert blieben. Nachdem neue Parameter eingestellt wurden *muss* auf den “Stop/Reset”-Button gedrückt werden, damit der Schwarm mit den neuen Werten initialisiert wird.

Außerdem bietet die Simulation einige Buttons für Voreinstellungen der Werte. Folgende Voreinstellungen existieren in v1.0 der Simulation:

- Einstellung um 7-Agenten-Hexagon besser zu verstehen.
- Einstellung um 4-Agenten-Quadrat besser zu verstehen.
- Die in [Spears99] gewählten Werte für ein 200-Agenten-Hexagon. (Siehe 3.3).
- Die in [Spears99] gewählten Werte für ein 200-Agenten-Quadrat. (Siehe 3.3).

### 3.4.1 Probleme bei der Rekonstruktion der Orginal-Simulation

Es gab einige Probleme bei der Rekonstruktion der Simulationen aus [Spears99]. Zum Einen wurde nicht gesagt, wie die Reibung sich berechnet. Wenn wir in unserer Simulation die Reibungskonstante zwischen 0.001 und 0.999 variieren lassen, dann lassen sich sehr unterschiedliche Ergebnisse beobachten. Auch eine mittlere Konstante von 0.5 ergab keine vergleichbaren Ergebnisse.

Desweiteren scheint die Formel  $F = Gm_i m_j / r^2$  nicht richtig zu sein. Denn wie man in Abbildung 11 auf Seite 15 sehen kann, geht die abstoßende Kraft für niedrige Entfernungen gegen unendlich, während die Kraft für große Entfernungen gegen 0 geht (für Entfernungen größer als  $S$  ist sie sowieso 0). Positioniert man die Agenten nun im Initialzustand sehr nah beieinander, dann werden sie durch die fast unendliche Kraft so weit auseinander gesprengt, dass sie nie wieder zueinander finden. Auch die Cluster-Bildung ist durch diese Kraft unmöglich, denn während 2 Agenten in einem Cluster (ca. 1m Abstand) sich mit einer Kraft von  $F = 1200 \cdot 1 \cdot 1 / 1^2 = 1200$  abstoßen würden, würden die Agenten im Abstand  $R$  (ca. 50m) jeweils nur mit  $F = 1200 \cdot 1 \cdot 1 / 50^2 = 1200 / 2500 \approx 0,5$ . Es wären also mindestens 2500 Agenten im Abstand  $R$  nötig, um die Gegenkraft zu einem einzigen Agenten in Abstand 1m aufzubringen. Wäre die Formel für  $F$  also richtig benutzt worden, dann wäre Clusterbildung unmöglich gewesen.

In einem unfertigen/fehlerhaften Zwischenzustand unseres Codes gab es auch einen Fehler in der Berechnung der Kräfte. Bei Simulationen auf der Grundlage dieses Codes konnten wir bei uns auch Cluster erzeugen, bei denen sich jeweils Agenten gleichen Spins zusammen taten. Leider ging der Code und damit der Grund für die Clusterbildung beim Debuggen des Codes verloren.

### 3.4.2 Änderungen und Erweiterungen der Original-Simulation

In unserer Simulation wurden einige Vereinfachungen gegenüber der Original Simulation getroffen, die eigentlich keine relevanten Auswirkungen auf das Ergebnis haben sollten. Dennoch wollen wir diese Änderungen hier nennen, um etwaige Fehler unserer Simulation leichter zu erkennen.

1. Die Schwärme in [Spears99] wurden mittels einer “two dimensional Gaussian random variable” verteilt, deren Parameter nicht näher spezifiziert wurden. Wir verwenden dagegen eine einfache Gleichverteilung innerhalb einer quadratischen Fläche.
2. Bei 2 Agenten mit unterschiedlichem Spin wird in [Spears99] der Abstand  $r$  zuerst durch  $\sqrt{2}$  geteilt. Bei uns werden statt dessen die Radien  $R$  und  $S$  mit  $\sqrt{2}$  multipliziert. Wir ändern also nicht implizit die Kraft  $F$ .
3. Im original Paper sind alle physikalischen Größen einheitenlos. Wir verwenden zum besseren Verständnis SI-Einheiten (d. h. physikalische Grundeinheiten). Dies sollte keinerlei Auswirkungen haben. Anmerkung: in einer realen Sekunde vergehen in der Simulation mehrere virtuelle Sekunden. Die Zeit in der simulierten und unserer Welt steht also nicht im Verhältnis 1:1 sondern 1:C wobei C konstant ist.

Weil die Kraft  $F$  fehlerhaft zu sein scheint (siehe 3.4.1) haben wir noch eine weitere alternative Formel für  $F$  zur Verfügung gestellt. Wie diese Kraft aussieht ist in Abbildung 18 auf Seite 21 (rechts) zu sehen. Die Formel für diese Kraft lautet  $F = m_i m_j c |R - r|^e$  mit  $c = 0,1$  und  $e = 1$ . Wobei diese Kraft auch für Abstände kleiner  $R$  abstoßend und für Abstände größer  $R$  anziehend wirkt.

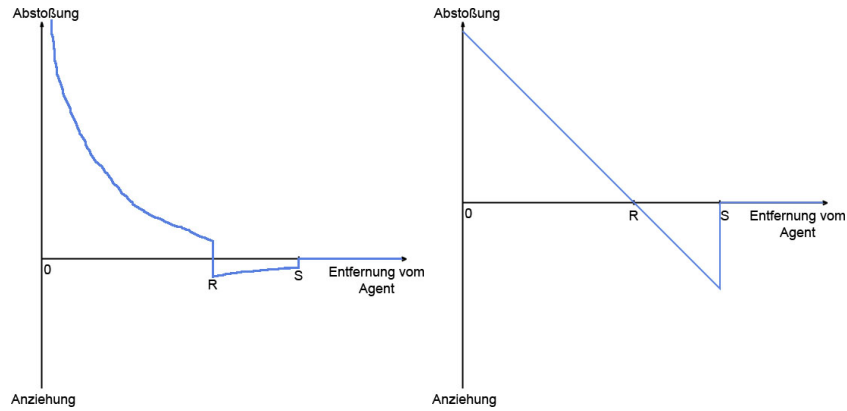


Abbildung 18: Anstatt einer Kraft die bei geringen Entfernungen gegen unendlich und bei großen Entfernungen gegen Null geht (links), kann auch eine lineare Kraftfunktion verwendet werden, welche bei großen Abständen auch große Anziehung bewirkt (rechts).

Diese Kraft geht zumindest nicht ins Unendliche für geringe Abstände und ist auch nicht so sprunghaft bei der Entfernung  $R$ .

## 4 Fazit

Obwohl das Schwarmverhalten eine sehr junge Wissenschaft ist wird es bereits in einigen Anwendungen mit Erfolg eingesetzt. Dennoch ist der emergente Zusammenhang zwischen dem Verhalten der Individuen und dem des gesamten Schwarms noch weitestgehend unerforscht und unbekannt. Durch dieses fehlende Wissen ist die emergente Erzeugung von Formationen noch sehr problematisch. Es gab in den hier vorgestellten Papers zwar einige gute Ansätze, mehr als Ansätze waren jedoch nicht dabei. In allen Papers wurde der Schwarm entweder auf globaler Ebene beeinflusst um seine Formation zu erreichen, oder die zu erreichende Formation wurde nicht im gewünschten Ausmaß angenommen.

## Literatur

- [Balch00] Balch, Tucker / Hybinette, M.: *Behavior-based coordination of large-scale robot formations*. In: Proceedings of the Fourth International Conference on Multiagent Systems (ICMAS '00), Juli, 2000, pp. 363 – 364.
- [Bjerknes07] Bjerknes, Jan Dyre / Winfield, Alan FT / Melhuish, Chris: *An Analysis of Emergent Taxis in a Wireless Connected Swarm of Mobile Robots*. In: Proc. IEEE Swarm Intelligence Symposium (SIS 2007), Hawaii, April 2007.
- [Gazi06] Gazi, Veysel / Fidan, Baris: *Coordination and Control of Multi-Agent Dynamic Systems: Models and Approaches*, Oktober 2006. Internet: <http://www.swarm-robotics.org/SAB06/presentations/gazi-2-sab06-srw.pdf> [3. Mai 2009].
- [Heider06] Heider, Dominik: *Drohnen im zivilen und militärischen Einsatz*. Februar, 2006. Internet: <http://euro-police.noblogs.org/gallery/3874/drohnen.pdf> [17. Mai 2009].
- [Lee07] Lee, KwangEui: *An Automated Sensor Deployment Algorithm Based on Swarm Intelligence for Ubiquitous Environment*. IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, VOL.7 No.12, December 2007.
- [LOCAAS99] *Low Cost Autonomous Attack System (LOCAAS). Miniature Munition Capability*, November 1999. Internet: <http://www.fas.org/man/dod-101/sys/smart/locaas.htm> [18. Mai 2009].
- [Martinson04] Martinson, Eric / Payton, David: *Lattice Formation in Mobile Autonomous Sensor Arrays*, Juli 2004. Internet: <http://www.swarm-robotics.org/SAB04/presentations/payton-research.pdf> [3. Mai 2009].
- [Nathan08] Nathan, Andre / Barbosa, Valmir C.: *V-like Formations in Flocks of Artificial Birds*. In: Artif. Life, Vol. 14, No. 2. (2008), pp. 179-188.
- [Platt02] Platt Jr., Robert / Fagg, Andrew H. / Grupen, Roderic A.: *Null-space Composition of Control Laws for Grasping*. In: IEEE Int'l Conf. on Intelligent Robots and Systems, 2002.
- [Reynolds87] Reynolds, Craig W.: *Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model*, 1987. In: Computer Graphics, 21(4) (SIGGRAPH '87 Conference Proceedings) pages 25-34.

- [Reynolds01] Reynolds, Craig: Boids. *Background and Update*, September 2001. Internet: <http://www.red3d.com/cwr/boids/> [27. April 2009].
- [Spears99] Spears, William M. / Gordon, Diana F.: *Using Artificial Physics to Control Agents*. In: IEEE International Conference on Information, Intelligence, and Systems, 1999.
- [Winfield05] Winfield, Alan FT / Sa, Jin / Fernández-Gago, Mari-Carmen et al.: *On Formal Specification of Emergent Behaviours in Swarm Robotic Systems*. In: Int. J. Advanced Robotic Systems, 2 (4), 363-370, 2005.